

Вариант 6

К каждому заданию первой части предлагается пять вариантов ответа. Выберите верный, по вашему мнению, ответ и результаты сведите в такую таблицу:

Зада ние	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Отв ет	A	A	C	B	—	D	C	E	—	D

Правильный выбор оценивается в 1 балл; за неправильный выбор снимается 0,2 балла.

Прочерк означает отказ от выбора (0 баллов).

Вторая часть состоит из шести заданий, к каждому из которых надо дать полное решение и ответ. Правильно решенное задание второй части оценивается в 2 балла.

Максимальная оценка – 22 балла. Зачетный минимум – 12 баллов.

Часть 1

1. Заданы матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$. Тогда определитель матрицы $3A - 5B$ равен (A) 22; (B) -22; (C) 34; (D) 12; (E) 22.

2. Верно ли утверждение: определитель суммы матриц равен сумме их определителей?

- (A) Верно, если для этих матриц определена сумма.
(B) Верно, если это квадратные матрицы одного порядка.
(C) Верно, если одна из матриц является единичной.
(D) В общем случае неверно.
(E) Верно для любых матриц.

3. Элемент a_{23} матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$ равен (A) 1; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{3}{2}$; (D) $-\frac{1}{2}$; (E) -1.

4. Сколько линейно-независимых столбцов может иметь матрица размера 3×4 ?

- (A) Не более трех. (B) Не более двух. (C) Не менее двух. (D) Не менее трех. (E) Не менее трех и не более четырех.

5. Значение выражения $11x_3 - 6x_4$, где x_3 и x_4 – решения системы

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_4 = -2, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \end{cases} \text{ равно (A) } -9; \text{ (B) } 7; \text{ (C) } 9; \text{ (D) } -7; \text{ (E) произвольной} \\ \text{постоянной.}$$

6. Определитель Δ_2 в формуле Крамера $x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$ для системы $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$ равен

- (A) 39; (B) -117; (C) 78; (D) -78; (E) 117.

7. Центр квадрата, две стороны которого лежат на прямых $x + y - 1 = 0$ и $x + y - 4 = 0$, принадлежит прямой (A) $2x + 2y - 3 = 0$; (B) $x + y - 5 = 0$; (C) $x + y - 3 = 0$; (D) $x + y - 2 = 0$; (E) $2x + 2y - 5 = 0$.
8. В треугольнике ABC известна вершина $B(-4, 0)$ и уравнение прямой $AC : 3x - 4y - 3 = 0$. Площадь треугольника равна 6. Тогда длина стороны AC равна (A) 2; (B) 4; (C) 8; (D) 12; (E) 6.
9. Расстояние от фокуса гиперболы $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ до ее асимптоты равно (A) 5; (B) 3; (C) 4; (D) $2\sqrt{7}$; (E) $\sqrt{7}$.
10. Оси эллипса параллельны координатным осям. Даны точки касания эллипса с осями координат: $(8, 0)$ и $(0, -5)$. Найдите эксцентриситет эллипса.
(A) $\varepsilon = \frac{\sqrt{39}}{8}$; (B) $\varepsilon = \frac{5}{8}$; (C) $\varepsilon = \frac{\sqrt{39}}{10}$; (D) $\varepsilon = \frac{\sqrt{39}}{5}$; (E) $\varepsilon = \frac{5}{16}$.

Часть 2

1. Пусть $B = A^2$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -4 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Найдите элемент b_{24} матрицы B .

2. Решите систему $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - 9x_2 + 20x_3 - 2x_4 = -5 \end{cases}$ и найдите значение линейной комбинации

$$x_1 + x_3 - x_4.$$

3. Решите матричное уравнение $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(1; -1)$ перпендикулярно прямой $5x - y + 2 = 0$.

5. Найдите расстояние от точки $M(-1; -3)$ до прямой $3x + 4y = 0$.

6. Найдите эксцентриситет кривой $9x^2 + 5y^2 + 18x - 20y - 16 = 0$.